



**HAL**  
open science

## Stratégie multi-méthodes dans le domaine temporel

T. Volpert, V. Mouysset, X. Ferrieres, N. Deymier, N. Muot, B. Pecqueux

► **To cite this version:**

T. Volpert, V. Mouysset, X. Ferrieres, N. Deymier, N. Muot, et al.. Stratégie multi-méthodes dans le domaine temporel. CEM 2014, Jul 2014, CLERMONT-FERRAND, France. hal-01070326

**HAL Id: hal-01070326**

**<https://onera.hal.science/hal-01070326v1>**

Submitted on 1 Oct 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Stratégie multi-méthodes dans le domaine temporel

T.volpert<sup>1</sup>, V.Mouysset<sup>1</sup>, X.Ferrieres<sup>1</sup>, N.Deymier<sup>2</sup>, N.Muot<sup>3</sup>, B.Pecqueux<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Onera (The French Aerospace Lab), 31055 Toulouse, xavier.ferrieres@onera.fr

<sup>2</sup>Gerac electromagnétisme, Gramat 46500, Nicolas.Deymier@gerac.com

<sup>3</sup>Axessim, 67400 ILLKIRCH-GRAFFENSTADEN, Nathanael.Muot@axessim.fr

<sup>4</sup>CEA, 46500 Gramat, Bernard.Pecqueux@cea.fr

**Résumé.** Dans cet article nous présentons une stratégie multi-méthodes pour la simulation de problèmes de CEM. Dans cette approche, nous utilisons des méthodes d'ordre élevé permettant de tenir compte de la courbure des géométries et de limiter les erreurs de dispersion et/ou de dissipation. Ces méthodes sont basées sur des schémas Galerkin Discontinu et différences finies utilisant des approximations spatiales d'ordre élevé. Enfin, pour tenir compte des câbles dans les structures, nous utilisons une équation de ligne de transmission, dans le domaine temporel, que nous couplons aux méthodes de calcul de champs 3D. Après la présentation du principe de chaque méthode, nous donnons des exemples de validation permettant de montrer leur intérêt pour la CEM.

### I. Introduction

La simulation de problèmes de CEM nécessite d'évaluer les courants/tensions sur des réseaux de câbles multifilaires circulant généralement à proximité des parois des structures. On a donc besoin de connaître précisément les champs électromagnétiques à l'intérieur et à proximité de celles-ci. Pour traiter le problème global de CEM, les outils n'ont cessé de s'améliorer et aujourd'hui, nous pensons qu'une solution hybride comportant plusieurs méthodes semble la plus intéressante. Dans cette approche hybride, nous nous sommes tout d'abord, intéressés à des schémas 3D ayant des approximations spatiales d'ordre élevé pour limiter les erreurs de dispersion/dissipation numériques et à des maillages non structurés pour tenir compte les géométries potentiellement courbes des objets. La solution retenue pour satisfaire ces deux points est une méthode Galerkin Discontinu (GD) adaptée au système de Maxwell instationnaire [1]. Afin d'améliorer les performances numérique de celle-ci, nous avons introduit dans cette méthode des stratégies de pas de temps et d'ordre d'approximation spatiale locales [2], [3]. Le schéma GD offre aussi la possibilité de travailler sur des maillages non conformes sans difficultés grâce à son formalisme basé sur des transferts de flux. On peut ainsi limiter localement le maillage non structuré à une zone autour de l'objet et traiter le reste en maillage cartésien sur lequel le schéma GD offre de meilleures performances.

Par ailleurs, nous nous sommes aussi intéressés à une approche différences finies ayant une approximation spatiale d'ordre élevé. Le choix de l'approximation pour ce schéma est basé sur des fonctions de bases et des

degrès de liberté très similaires au GD. Nous avons pu montrer alors que numériquement la résolution des équations de Maxwell sur maillage cartésien est plus efficace en utilisant ce schéma que l'approche GD. Pour cette raison, dans la suite de nos travaux actuels, nous nous focalisons sur une solution hybride basée sur une approche GD localement autour des objets et sur la méthode différences finies d'ordre élevé ailleurs. Dans ce papier, nous nous limitons à la présentation des deux schémas Galerkin Discontinu et différences finies d'ordre élevé, l'hybridation des deux méthodes étant encore en cours d'étude.

En ce qui concerne les câbles et les structures filaires, nous nous intéressons au couplage champs/câbles dans une approche hybride 3D/1D [6] ainsi qu'à la prise en compte de fil dont l'orientation est indépendante du maillage dans les schémas numériques d'ordre élevé [7]. Le premier point d'intérêt concerne la prise en compte de réseaux de câbles multi-filaires réalistes difficilement introduisibles directement dans une approche 3D. La meilleure solution est donc de réaliser un couplage entre un code 3D de calcul des champs avec une équation de ligne de transmission pour le calcul des courants sur les câbles. L'intérêt de travailler sur l'introduction de fil dans un code 3D réside alors dans la recherche des termes de couplage champs/câbles que l'on utilisera aussi dans l'approche hybride 3D/1D. Dans ce papier nous allons montrer le principe de cette approche hybride générale que nous développons et nous donnons un premier exemple de validation de celle-ci.

### II. Méthode Galerkin Discontinu

Dans ce paragraphe nous donnons succinctement le principe de la méthode et les améliorations apportées à celle-ci.

#### Principe

La méthode Galerkin discontinu utilisée consiste à résoudre un problème équivalent à Maxwell en considérant des termes de saut aux interfaces des cellules du maillage constitué d'héxaédres déformés [4]. Pour l'approximation nous identifions, par un isomorphisme  $F_K$ , chaque cellule  $K$  à  $[0, 1]^3$  sur lequel nous définissons la position  $\hat{x}_i$  de  $r + 1$  degrés de liberté et 3 fonctions de bases

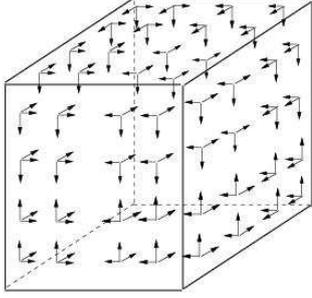


Fig. 1. Localisation de fonctions de bases et degrés de liberté pour une approximation  $Q_3$ .

$\varphi_i^l$ ,  $l = 1, 3$  associées à chacun. Ceux-ci sont localisés en des points de quadrature et les fonctions de bases pour chaque degré sont définies par des polynômes de Lagrange telles que  $\varphi_i^l(\hat{x}_j) = \delta_{ij}e^l$ , où  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker et  $e^l$ ,  $l = 1, 3$  définit la base cartésienne. A titre d'exemple, la position des degrés de liberté et les fonctions de bases pour une approximation polynomiale  $Q_3$  (ordre spatial  $r = 3$ ) sont indiquées sur la figure (1). A l'aide de la transformation  $F_K$ , les fonctions de bases  $\varphi_i^l(x)$  sont définies sur  $K$  par  $\varphi_i^l \circ F_K(\hat{x}) = (DF^*)^{-1}\varphi_i^l(\hat{x})$  où  $x = F_K(\hat{x})$ . Ce choix d'approximation et des cellule hexaédriques pour le maillage conduit à un schéma très peu couteux en mémoire quelque soit l'ordre d'approximation choisi.

### Stratégies de pas de temps et d'approximation spatiale locales

L'utilisation de maillages non-structurés induit des éléments de petites tailles qui diminuent le pas de temps du schéma leap-frog explicite utilisé dans notre approche GD. Il apparait alors nécessaire de limiter ce surcoût à quelques cellules en utilisant une stratégie de pas de temps local recursive dont un pas est décrit sur la figure (2). Dans cette stratégie, on détermine pour chaque cellule, le pas de temps nécessaire pour garantir la stabilité du schéma, puis on définit  $N$  classes contenant chacune les cellules de même pas de temps. Pour garantir des rendez-vous temporels aux étapes de calcul des champs  $E$  et  $H$ , le pas de temps de chaque classe  $m$  est donné par  $dt = (2m + 1)dt_{min}$ , où  $dt_{min}$  définit le pas de temps minimal sur le maillage. Cette stratégie permet d'obtenir d'importants gains en temps de calcul sur des maillages ayant une forte disparité en taille de cellule. A titre d'exemple, dans le cas de la diffraction d'une onde plane par un missile générique (genec) représenté sur la figure (2), nous obtenons un facteur 15 en gain.

Par ailleurs, il a été prouvé que le fait d'augmenter l'ordre de l'approximation spatiale diminue la CFL du schéma et donc le pas de temps. Or, pour une agression et donc une longueur d'onde minimale donnée, il apparait inutile d'utiliser le même ordre spatial sur toutes les

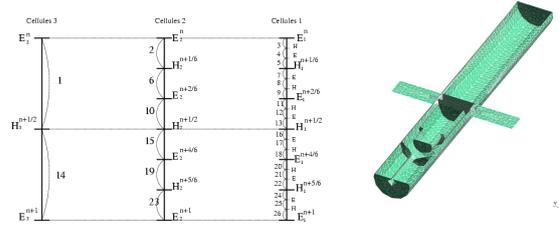


Fig. 2. Stratégie de pas de temps local recursive- Facteur 15 sur genec.

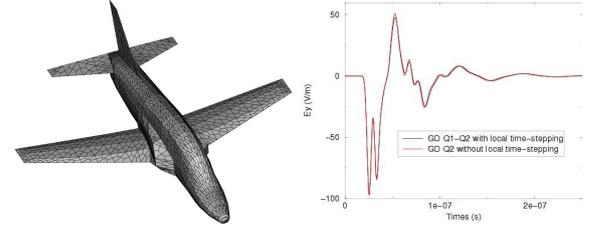


Fig. 3. Stratégies de pas de temps et d'approximation spatiale locales. Facteur 5 en utilisant seulement le pas de temps local et 7 en combinant les deux stratégies.

cellules. En définissant suivant la taille de la cellule un ordre d'approximation spatiale qui garantissent une même précision globale, il est possible d'affecter des ordres plus petit sur les petites cellules. Cette stratégie permet encore de réduire les coûts calcul et mémoire. Lorsqu'on combine les deux stratégies les gains peuvent être très importants comme l'indique l'exemple de la figure (3).

### Prise en compte de maillages non conformes

On peut aussi montrer sur notre schéma GD que le coût calcul dans les maillages non structurés est plus important que dans les maillages cartésiens structurés. En effet, d'une part, il est difficile dans la génération d'un maillage non structuré de choisir le pas spatial minimal, et d'autre part, les opérations à chaque itérations en temps sont plus importantes. Il est alors intéressant de limiter les cellules non structurées localement autour des objets. De plus, si l'on désire très peu de cellules non structurées, il est nécessaire d'utiliser un raccord non conforme entre celles-ci et le maillage cartésien. Pour cela, nous avons introduit dans notre approche des maillages structurés/non-structurés non conformes, comme décrit sur la figure (4) Les résultats obtenus sur une configuration de diffraction par un objet comme indiqués sur la figure (4) sont très prometteurs.

### III. Méthode Différences finies d'ordre élevé

Le principe de cette méthode est basée sur une approche éléments finis où l'approximation spatiale utilisée est similaire à celle du GD. On décrit pour chaque

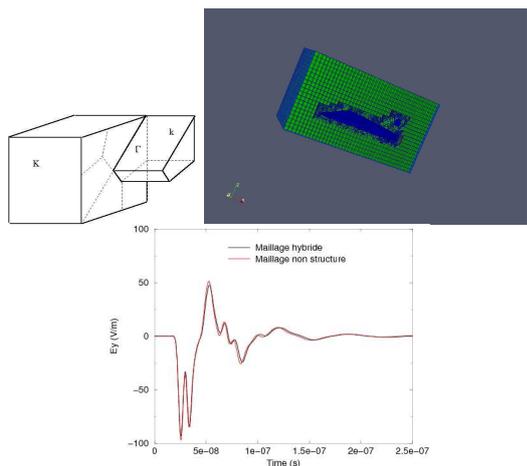


Fig. 4. Comparaison en un point au dessus du cockpit des solutions obtenues par maillage hybride et non structuré

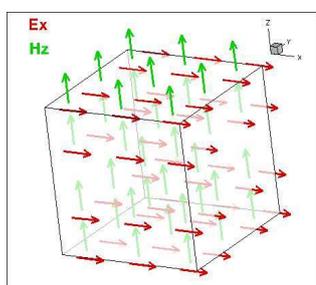


Fig. 5. Disposition des inconnues E et H à l'ordre 2 dans la cellule pour le schéma différences finies d'ordre élevé.

composante des degrés de liberté et des fonctions de bases à partir de polynômes de Lagrange localisés en des points de quadrature de Gauss et de Gauss lobatto comme indiqué sur la figure (5). Dans ce schéma, on assure la continuité des champs entre les cellules par le choix des fonctions de bases sur des points en Gauss et Gauss-Lobatto contrairement à l'approche GD où on utilise que des points de Gauss. A l'ordre 0, ce schéma est identique à la méthode de Yee. Dans ce schéma, nous avons introduit un formalisme de fil minces indépendant du maillage où la difficulté réside dans l'emploi d'un ordre spatial élevé pour le calcul des champs. La méthode proposée [7] donne de bons résultats (6) mais reste encore inapplicable dans le cas du schéma GD, certainement en raison de la discontinuité des fonctions de bases entre cellules.

#### IV. Hybridation 1D/3D

Pour la prise en compte de câblages complexes, nous nous sommes intéressés à une hybridation 1D/3D dans laquelle le calcul des courants sur les câblages se fait au moyen d'un code de ligne de transmission que l'on couple avec un code de calcul de champs 3D. Un premier

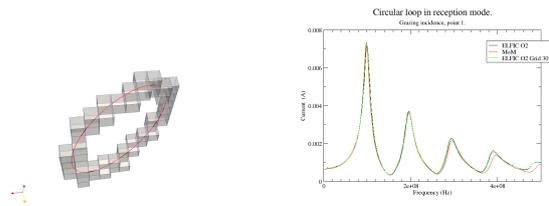


Fig. 6. Comparaison d'un courant sur une boucle circulaire avec la méthode différences finies d'ordre élevé (ELFIC) à différents ordres et la méthode des moments.

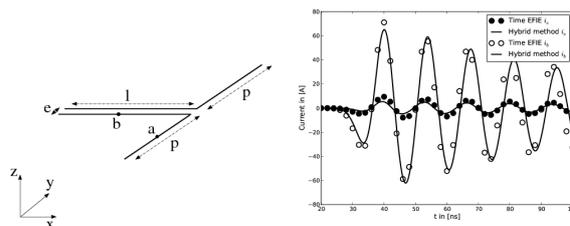


Fig. 7. Comparaison d'un courant sur une boucle circulaire avec la méthode différences finies d'ordre élevé (ELFIC) à différents ordres et la méthode des moments.

couplage entre l'approche FDTD et une équation de ligne de transmission dans le domaine temporel [5] a permis de démontrer la validité et l'intérêt de cette hybridation. On a pu ainsi traiter, par exemple, la configuration donnée par la figure (7) où 2 fils très proches l'un de l'autre se séparent ensuite en deux branches. Dans cet exemple, on ne peut pas traiter séparément les deux fils proches séparément car cela induirait une taille de maille trop petite. Si nous tenons compte de ces 2 fils sous forme d'un seul câble, comme certains modèles le permettent, il sera alors difficile d'associer à chaque fil 2 connexions différentes. L'approche transmission de ligne pour évaluer le courant sur ces fils permet d'éviter cela. Les résultats obtenus par l'approche hybride 1D/3D sur la figure (7), comparés avec une approche intégrale temporelle pour éviter un sur-maillage important en FDTD est très convaincant.

#### V. Conclusion

Dans ce papier nous avons montré un certain nombre de schémas et modèles pour la mise en oeuvre d'une approche hybride pour traiter des problèmes de CEM toujours de manière plus réaliste. On s'est en particulier focalisé sur des méthodes permettant des approximations d'ordre élevé pour limiter les erreurs numériques et sur une stratégie d'hybridation de maillages non-structurés/cartésiens pour tenir compte de la géométrie courbe des objets, tout en réduisant les coûts de calcul. Dans cette optique, nous orientons nos travaux futurs sur une hybridation GD/FDTD d'ordre élevé. En ce qui concerne la prise en compte des câbles, la mise en place

d'une hybridation entre les méthodes de calcul de champs 3D et une équation de ligne dans le domaine temporel pour évaluer le courant sur le câblage nous semble être très appropriée. Nous avons pu notamment mettre cela en évidence dans un contexte FDTD. Il reste maintenant à l'utiliser avec les approches GD et FDTD d'ordre élevé présentées dans cet article.

## REFERENCES

- [1] E. Montseny, S. Pernet, X. Ferrieres, G. Cohen, *Dissipative terms and local time-stepping improvement in a spatial high order Discontinuous Galerkin scheme for the time-domain Maxwell's equations*, Journal of Comp. Physics, 227, issue 14, (2008), 6795-6820.
- [2] G.Cohen, X.Ferrieres and S. Pernet, *A spatial high order discontinuous Galerkin Method to solve Maxwell's equation in time domain*, Journal of Computational Physics 217 (2006) 340-363.
- [3] B.Mallet, X.Ferrieres, S.Pernet, J.B.Laurent, B.Pecqueux and P.Seimandi, *A p-strategy with a local time-stepping method in a discontinuous Galerkin approach to solve Electromagnetic problems*, Journal of Computational Methods in Physics, vol.213, article ID 463480., 2013
- [4] S.Pernet, *Etude de méthodes d'ordre élevé pour résoudre les équations de Maxwell dans le domaine temporel. Application à la CEM*, Thèse de Doctorat de l'Université Paris IX, novembre 2004.
- [5] N.Muot, *Stratégies d'hybridation de méthodes de simulation électromagnétiques FDTD/TLM - Application à l'étude de grands systèmes complexes*, Thèse de doctorat de l'ISAE, mai 2013.
- [6] N.Muot, C.Girard, X.Ferrieres and E. Bachelier, *A combined FDTD/TLM time domain method to solve efficiently electromagnetic problems*, PIERS B, vol.56, 409-427, 2013
- [7] T.Volpert, X. Ferrieres, *High Precision Method to Solve the Maxwell Equation in the Time Domain Adapted to Structured Meshes*, ACES 2013, March 24-28, 2013, Monterey, California USA